

## 1. クロスする単元名（題材名） 数学「軌跡と方程式」、物理「落体の運動」

## 2. 目標（評価規準）

放物運動を題材として、2次関数の媒介数表示と放物線軌道の成分表示が同等である知識を用いて、放物運動を数学的に表現できる。また、放物運動をする複数の小球群が示す物理現象を、円の媒介変数表示や包絡線等の見方・考え方はたらかせ、数学と物理を関連付けて説明することができる。

## 3. 評価基準（ICE ルーブリック）

- 目標とする生徒の資質・能力を以下の ICE の各フェーズに示す基準で評価する。

I フェーズ	C フェーズ	E フェーズ
○数学の媒介変数の考え方と物理の成分表示の考え方を関連付けることができた。	○放物運動の小球の軌跡について、座標や軌道の方程式を、必要な物理量を用いて数学的に表現できた。	○放物運動の小球の軌跡について、座標や軌道の方程式を、必要な物理量を用いて数学的に表現できた。さらに、媒介変数や方程式の意味を踏まえて、複数の小球が描く軌跡の数学的特徴を見出し、表現できた。

## 4. 教材観

SS 数学ⅡB においては、図形と方程式の単元で媒介変数や直線の包絡線の単元は学習済みである。一方で、SS 物理基礎においては、放物運動は定性的な説明に限り、具体的な数式での表現は発展的な扱いとなっている。今回、数学で学習済みの媒介変数と、物理基礎で学習済みの速度の分解、成分表示、等速直線運動、等加速度直線運動の各単元を関連付けることで、放物運動の座標を媒介変数表示で表現することができるようになることを考える。また、数学と物理の単元を関連付けたことで、放物運動をする複数の小球が描く円運動の方程式、円の中心点の運動、点群が運動する領域を示す包絡線等のテーマで考察が可能となり、生徒が主体的に運動を考察する契機とすることが可能になると考える。

## 5. 本時の展開

過程	学習内容及び活動	支援及び指導上の留意点・評価
導入 5分	<ul style="list-style-type: none"> <li>ルーブリックで本時のねらいを確認する。<math>x</math>成分が1次式、<math>y</math>成分が2次式の媒介変数が、放物線軌道となることを確認する。<b>【数学】</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>定義域と値域をとらえているかを確認する。また、放物線の特徴的な点（頂点や端点）をグラフ上に示していることを確認する。<b>【数学】</b></li> </ul>
展開 10分	<ul style="list-style-type: none"> <li>放物運動が水平方向と鉛直方向に分解して考えられることを確認する。<b>【物理】</b></li> <li>放物運動を動画解析した動画ファイルを見て、媒介変数表示 <math>x = at</math>, <math>y = bt + ct^2</math> の <math>a, b, c</math> の物理的な意味がそれぞれ、初速度の水平成分、初速度の鉛直成分、加速度の鉛直成分であることに気づき、<math>c = -1/2g</math> と表せることを確認する。<b>【物理】</b></li> <li>初速度の成分が、<math>a = v_0 \cos \theta</math>, <math>b = v_0 \sin \theta</math> と表せることを確認し、放物線の成分を仰角 <math>\theta</math>、時刻 <math>t</math> の媒介変数表示で表す。<b>【物理】</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>動画の小球の打点を観察し、水平方向と鉛直方向の運動を具体的に考える。<b>【物理】</b></li> <li>鉛直投げ上げ運動の公式を想起させ、<math>c = -(1/2)g</math> を見出せるようにする。<b>【物理】</b></li> <li>瞬間の速度が放物線の接ベクトルになることを解説した上で、速度分解を確認する。<b>【物理】</b></li> </ul>
クロス 35分	<ul style="list-style-type: none"> <li>Geogebra で放物線の媒介変数表示された点の動きを確認し、<math>t</math> や <math>\theta</math> を変化させたときの軌道の変化を観察する。</li> <li>Geogebra 上で放物運動する点を 8 個に増やし、同じ初速で異なる方向に打ち出した場合を考察し、図形的な特徴を表現する。（構成型ジグゾー法で活動する）</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\theta</math> を設定してから、<math>t</math> を動かすことで、様々な方向に打ち出す場合の放物運動を表現できることを確認する。</li> <li>教師の発問ではヒントを与えず、個人 5 分、班 10 分、ジグゾー班 15 分、振り返り 5 分を時間管理し、生徒同士で協議する中で円運動の方程式や点群の通過領域等気づかせたい。</li> </ul>
まとめ 5分	<ul style="list-style-type: none"> <li>ICE ルーブリックの自己評価及び総括アンケートに回答し、本時の振り返りを行う。</li> <li><b>（授業後）</b> 教員評価が記入されたワークシートを確認し、今後の学びへの展望を得る。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ICE ルーブリックの自己評価の記号だけでなく評価理由を記述させ、ワークシートを回収する。（教員がワークシートを採点する。）</li> <li><b>（授業後）</b> ワークシートを PDF 化した後、教科担当者で他者評価を行い、評価分析をする。</li> </ul>

本時の ICE ルーブリック(関連付ける力)

I フェーズ	C フェーズ	E フェーズ
○数学の媒介変数の考え方や物理の成分表示の考え方を関連付けることができた。	○放物運動の小球の軌跡について、座標や軌道の方程式を、必要な物理量を用いて数学的に表現できた。	○放物運動の小球の軌跡について、座標や軌道の方程式を、必要な物理量を用いて数学的に表現できた。さらに、媒介変数や方程式の意味を踏まえて、複数の小球が描く軌跡の数学的特徴を見出し、表現できた。

**問題1【数学】**

$x$  と  $y$  が、媒介変数  $t$  及び定数  $a, b, c$  を用いて、次のような数式で表されるとき、点  $A(x, y)$  はどのような図形を描くか。ただし、 $t > 0, a \neq 0, c \neq 0$  とする。

$$\begin{cases} x = at \\ y = bt + ct^2 \end{cases}$$

**問題2【物理】**

放物運動に関する以下の(1)~(3)の問いに答えよ。

- (1) 放物運動は水平方向と鉛直方向で分けて考えることができる。水平方向の運動と、鉛直方向の運動のそれぞれについて運動の名称を答えよ。

水平方向：

鉛直方向：

- (2) 図 1 の QR コードは2つのタイプの放物運動を動画解析した動画ファイルを保存した Google ドライブのリンクである。リンク先の動画の解析結果と問題 1 の数式を比較し、 $a, b, c$  の物理的な意味について、「初速度」、「加速度」、「水平成分」、「鉛直成分」のうち、必要な語句を用いて記述せよ。



図 1

$a$  の物理的な意味：

$b$  の物理的な意味：

$c$  の物理的な意味：

- (3) 空間上のある点を原点として、水平方向に  $x$  軸、鉛直方向に  $y$  軸をとる。原点から小球を、水平方向と角度  $\theta$  をなす向きに大きさ  $v_0 > 0$  の初速度で投げると小球は放物運動をした(図 2)。投げた瞬間を時刻  $t = 0$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とするとき、時刻  $t > 0$  における位置  $(x, y)$  を、 $v_0, \theta, g$  の中から必要なものを用いて表せ。

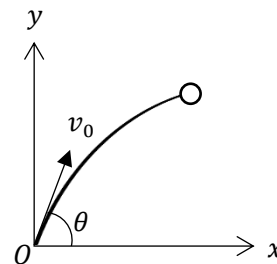


図 2

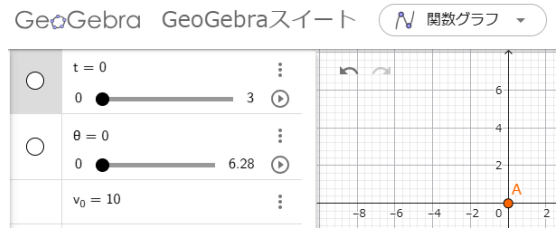
**問題3【数学×物理】** 図3のQRコードは、問題2(3)の結果をGeogebra上で表現したものである。このシミュレーションを操作しながら、以下の課題に取り組みなさい。



(1) 図4はGeogebraのスクリーンショットである。 $t$ や $\theta$ のスライダーを動かして、点Aの軌跡を観察せよ。

図3

(2) 8個の小球を原点から同時に同じ初速度の大きさを等方的に発射させるシミュレーションを実行せよ。



(3) (2)のシミュレーションで、時刻 $t$ での小球群の到達曲線の方程式を求め、小球群がもつ図形的特徴を以下のスペースに説明せよ。

図4

(5分個人 → 10分基本班 → 15分ジグゾー班 → 5分基本班)

本時の活動での「関連付ける力」に対する自己評価

自己評価	自己評価の理由	教員評価
フェーズ <sup>△</sup>		フェーズ <sup>△</sup>

関連付ける力の総括評価

本授業の「関連付ける力」の育成に対する効果について、以下の①～④のうち1つ選べ。

- ①全く培えなかった
- ②あまり培えなかった
- ③ある程度培うことができた
- ④十分に培うことができた